Tentamen Discrete Structuren

donderdag 30 juni 2008, 9:00 -12:00 uur

Elke opgave levert maximaal 9 punten op. Het cijfer is $(p/10)+1$, afgerond op gehele en halve waarden, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is.

N.B.: Beargumenteer je antwoorden.

1. Bewijs dat de som van een rationaal getal en een irrationaal getal altijd irrationaal is.

2. Bewijs met een geannoteerd lineair bewijs:

$$[(a \to b) \vee (\neg b \to c)] \to [a \to (b \vee c)]$$

3. Stel $\sim$ is een equivalentierelatie op de verzameling S. Bewijs dat voor elke $s, t \in S$ geldt:

$$[s] \cap [t] \neq \emptyset \quad \Rightarrow \quad [s] = [t]$$

4. Geef voor de rij $s_n = \sqrt{n^3 + 9}$ het kleinste getal k zodat $s_n = O(n^k)$.

5. Geef een expliciete definitie voor de rij die gegeven is door:

$$s_0 = 3 \qquad s_1 = 5$$
$$s_n = 2 \cdot s_{n-1} - s_{n-2} \qquad \text{voor } n \geq 2$$

1

6. Bewijs de volgende stelling:
Stelling: Stel G is een graaf zonder lussen (loops) of parallelle ribben *(of: kanten)* met n knopen en $|V(G)| \geqslant 3$. Als voor elk paar knopen $v, w \in V(G)$, die niet verbonden zijn door een ribbe, geldt:

$$\text{graad}(v) + \text{graad}(w) \geqslant n$$

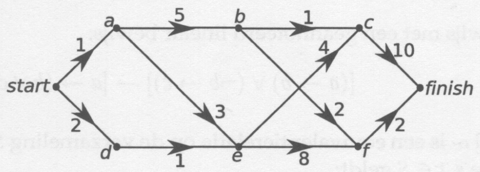
dan is G Hamiltoniaans.

7. Geef voor (a) en (b) een logische netwerk met uitsluitend NAND-poorten dat een 1 op de uitgang geeft, **desda**:

   (a) tenminste één van de drie ingangen x, y, z de waarde 1 heeft.

   (b) precies één van de drie ingangen x, y, z de waarde 1 heeft.

8. Geef voor het volgende netwerk:



   (a) voor elke knoop v : de **arrival**-tijd $A(v)$, de **latest arrival**-tijd $L(v)$ en de **slack**-tijd $S(v)$.

   (b) de **float**-tijd voor elke ribbe.

   (c) de beide kritieke paden.

9. Stel R_1 en R_2 zijn binaire relaties op S. Toon aan of de volgende beweringen waar zijn of niet.

   (a) $s(R_1 \cup R_2) = s(R_1) \cup s(R_2)$

   (b) $r(R_1 \cap R_2) = r(R_1) \cap r(R_2)$

   (c) $s(R_1 \cap R_2) = s(R_1) \cap s(R_2)$

10. Bewijs dat de verzameling van alle strings over het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ aftelbaar is.

2